ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)

ΔΕΥΤΕΡΑ 17 ΜΑΪΟΥ 2010

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

Θέμα 1ο

Α1. Θεωρία σχολ. σελ. 93
Α2. Θεωρία σχολ. σελ. 86 - 87
Α3. Θεωρία σχολ.σελ. 140
Α4. α $\to$ Σωστό
β $\to$ Λάθος
γ $\to$ Σωστό
δ $\to$ Λάθος
ε $\to$ Λάθος

Θέμα 2ο

Πρέπει $x^2-x+1\geq 0$ με $\Delta<0$ άρα $D_f=R$.

Β1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2\sqrt{x^2-x+1}-1-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2\sqrt{x^2-x+1}-2}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2\left(\sqrt{x^2-x+1}-1\right)}{x-1}=$

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2\left(x^2-x+1-1\right)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2\left(x^2-x\right)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\dfrac{2}{2}=1.$

Β2. $\lambda=f'(0)$ όπου $f'(x)=\cancel{2}\dfrac{1}{\cancel{2}\sqrt{x^2-x+1}}(2x-1)\Leftrightarrow f'(x)=\dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2-x+1}}.$

Άρα $f'(0)=\dfrac{-1}{1}=-1.$

Άρα ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης στο $x_0=0$ είναι το $\lambda=-1$.

Β3. $\varepsilon\varphi\omega=-1\Leftrightarrow\omega=180^o-45^o=135^o.$

Θέμα 3ο

Γ1. $c+\dfrac{c}{2}=6\Leftrightarrow\dfrac{3c}{2}=6\Leftrightarrow c=\dfrac{12}{3}=4.$

Γ2.

	x_i	v_i
0 – 4	2	20
4 – 8	6	40
8 – 12	10	45
12 – 16	14	30
16 – 20	18	25
		160

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{5} x_i v_i}{160} = \frac{2\cdot 20 + 6\cdot 40 + 10\cdot 45 + 14\cdot 30 + 18\cdot 25}{160} = \frac{40 + 240 + 450 + 420 + 450}{160} =$$
$$= \frac{1600}{160} = 10.$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{5}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 v_i}{v} = \frac{(2-10)^2\cdot 20 + (6-10)^2\cdot 40 + (10-10)^2\, 45 + (14-10)^2\cdot 30 + (18-10)^2\cdot 25}{160} =$$
$$= \frac{64\cdot 20 + 16\cdot 40 + 16\cdot 30 + 64\cdot 25}{160} = \frac{1280 + 640 + 480 + 1600}{160} = \frac{4000}{160} = 25.$$

Άρα $S = \sqrt{25} = 5$.

Γ3. $CV = \frac{S}{|\bar{x}|} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 50\% > 10\%$. Άρα το δείγμα δεν είναι ομογενές.

Γ4. Φτιάχνουμε πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων.

	x_i	v_i	N_i
0 – 4	2	20	20
4 – 8	6	40	60
8 – 12	10	45	105
12 – 16	14	30	135
16 – 20	18	25	160

Τα άτομα που έχουν απώλεια βάρους από 7 ως 8 κιλά είναι $\frac{1}{4}\cdot 40 = 10$.

Τα άτομα που έχουν απώλεια βάρους από 8 ως 12 κιλά είναι 45

Τα άτομα που έχουν απώλεια βάρους από 12 ως 14 κιλά είναι $\frac{2}{4}\cdot 30 = 15$.

Άρα τα άτομα που έχουν απώλεια βάρους από 7 έως 14 κιλά είναι $10 + 45 + 15 = 70$.

Άρα η πιθανότητα κάποιος να έχασε από 7 έως 14 κιλά είναι $\frac{70}{160} = \frac{7}{16}$.

Θέμα 4ο

Δ1. $f'(x)=\dfrac{1}{x-P(A)}-\dfrac{1}{\cancel{2}}\cancel{2}\left(x-P(A)\right)$

$$f'(x)=\frac{1}{x-P_A}-\left(x-P_A\right)=\frac{1-\left(x-P_{(A)}\right)^2}{\left(x-P_A\right)}=\frac{\left(1-\left(x-P_{(A)}\right)\right)\left(1+\left(x-P_{(A)}\right)\right)}{x-P_{(A)}}.$$

Το πρόσημο της f' εξαρτάται μόνο από το $1-\left(x-P_{(A)}\right)$ αφού $x>P_{(A)}$

$1-\left(x-P_A\right)=0\Leftrightarrow 1-x+P_{(A)}=0\Leftrightarrow x=1+P_A$

$1-\left(x-P_{(A)}\right)>0\Leftrightarrow$ .... $\Leftrightarrow x<1+P_{(A)}$

$1-\left(x-P_{(A)}\right)<0\Leftrightarrow$ .... $\Leftrightarrow x>1+P_{(A)}$

x	$P_{(A)}$	$P_{(A)}+1$	$+\infty$
f'	+		-
f	↗	$O.M.$	↘

Ο.Μ. για $x=1+P_{(A)}$ το

$$f\left(1+P_{(A)}\right)=f\left(1+P_{(A)}\right)=\ell n\left(1+\cancel{P_{(A)}}-\cancel{P_{(A)}}\right)-\frac{1}{2}\left(1+\cancel{P_{(A)}}-\cancel{P_{(A)}}\right)^2+P(B)=$$

$$=\cancel{\ell n}1-\frac{1}{2}+P(\mathrm{B}).$$

Δ2. Αφού η f παρουσιάζει στο $x_0=\dfrac{5}{3}$ ακρότατο $\Rightarrow 1+P_{(A)}=\dfrac{5}{3}\Rightarrow P_{(A)}=\dfrac{2}{3}$

Και $f\left(x_0\right)=0\Rightarrow P_{(B)}-\dfrac{1}{2}=0\Leftrightarrow P_{(B)}=\dfrac{1}{2}$

Δ3. $P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{5}{6}=\dfrac{4+3-5}{6}=\dfrac{1}{3}.$

Άρα $P(A\cap B)'=1-P(A\cap B)=\dfrac{2}{3}.$

Δ4. $P\left[(A-B)\cup(B-A)\right]=P(A-B)+P(B-A)=P(A)-P(A\cap B)+P(B)-P(A\cap B)=$

$=P(A)+P(B)-2P(A\cap B)=\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{2}-2\cdot\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{2}.$

Επιμέλεια απαντήσεων:
Δραγώνας Μπάμπης
Γκιούλος Θεόδωρος
Μαθηματικοί
Φροντιστήριο Μ.Ε «ΕΠΙΛΟΓΗ» - Καλαμάτα
http://www.epil.gr